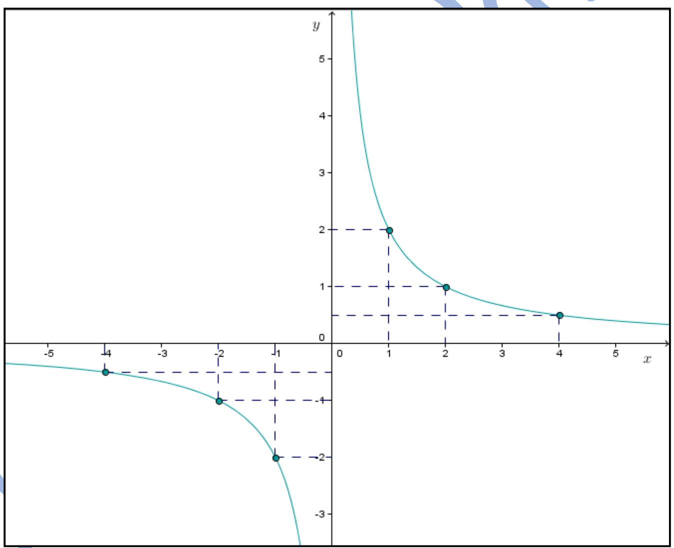
9.º ano
Proporcionalidade Inversa

Nome: ______________________________________________

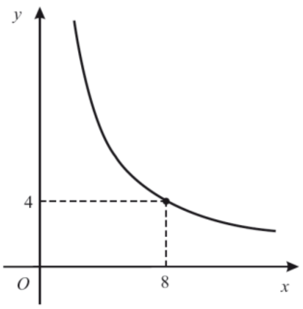
1. Seja x cm o comprimento de um retângulo e y cm a largura desse mesmo retângulo. Sabendo que a área é 12 cm2:
   1.1. Quais são os valores que x e y podem tomar? Indica, pelo menos, seis retângulos diferentes, cuja área seja 12 cm2.
   1.2. Nota que o comprimento e/ou a altura podem não ser números inteiros.
   1.3. Regista numa tabela os valores encontrados acima.
   1.4. Representa graficamente os valores que encontraste na alínea anterior.
   1.5. Tendo em conta o que fizeste antes, que regularidades observas?
   1.6. Indica uma expressão algébrica que relacione o comprimento com a altura dos retângulos com área igual a 12 cm$^2$.

2. O gráfico representado a seguir é uma função de proporcionalidade inversa.




   2.1. Qual é a função que representa o gráfico? E qual a constante de proporcionalidade?
   2.2. Determina $x$ sabendo que $y = -6$.
   2.3. O que acontece a $y$ quando $x$ toma valores positivos muito pequenos?

3. Na figura seguinte está representada parte do gráfico de uma função de proporcionalidade inversa.




O ponto de coordenadas (8,4) pertence ao gráfico da função. Determina a ordenada do ponto do gráfico que tem abcissa 2 e mostra como chegaste à tua resposta.


©Matemática na Natureza 2016 - http://bit.ly/1Ss1z2y

O gráfico de uma função de proporcionalidade inversa é uma curva com dois ramos que tem o nome de HIPÉRBOLE.

3. O professor de Matemática vai ser pai. O delegado de turma comprou uma prenda para o bebé. Nessa prenda, participaram, para além dele, mais dois elementos da turma. Sabendo que a prenda custou 30€:
   3.1. Quanto é que cada um pagou?
   3.2. Mais elementos da turma quiseram participar na prenda. Tendo em conta esta informação, completa a tabela abaixo:

| número de alunos que participaram na prenda | 3 | 5 | 6 | 10 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| quantia em euros que cabe a cada aluno | | | | | |

   3.3. Representa graficamente os valores que encontraste na tabela acima.
   3.4. Que regularidades observas? Escreve uma expressão algébrica que relacione o número de alunos, $n$, com a quantia que cabe a cada um, $q$.

4. Para um certo valor de $k$ ($k \neq 0$ e $k \neq 1$), a expressão $y = \frac{k}{x}$ traduz a relação entre as variáveis $x$ e $y$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?
   a) As variáveis $x$ e $y$ são diretamente proporcionais e a constante de proporcionalidade é $\frac{1}{k}$.
   b) As variáveis $x$ e $y$ são inversamente proporcionais e a constante de proporcionalidade é $\frac{1}{k}$.
   c) As variáveis $x$ e $y$ são diretamente proporcionais e a constante de proporcionalidade é $k$.
   d) As variáveis $x$ e $y$ são inversamente proporcionais e a constante de proporcionalidade é $k$.

5. Sabendo que as variáveis $a$ e $b$ são inversamente proporcionais, completa as seguintes tabelas e representa-as graficamente:

| $a$ | 20 | 1 | 15 |
|---|---|---|---|
| $b$ | 3 | | |

| $a$ | 10 | 1 | |
|---|---|---|---|
| $b$ | 1,2 | | 0,5 |


©Matemática na Natureza 2016 - http://bit.ly/1Ss1z2y

6. Completa a seguinte tabela, considerando que a constante de proporcionalidade inversa é $\frac{2}{3}$.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | | 2/5 | 1 | | 4 |
| $b$ | 3 | | | 1/2 | |

7. Verifica se na tabela seguinte há ou não proporcionalidade inversa e justifica a tua resposta.
Sugestão: completa a tua resposta com uma representação gráfica dos dados.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | 60 | 30 | 20 | 15 | 10 |
| $b$ | 1 | 2 | 3 | 10 | 20 |

8. Dada uma tabela de valores relacionando as variáveis $x$ e $y$, para sabermos se se trata de uma relação de proporcionalidade inversa basta verificar que:
   a) Quando $x$ aumenta, $y$ também aumenta.
   b) Quando $x$ aumenta, $y$ diminui.
   c) O produto dos valores correspondentes é constante.
   d) O quociente dos valores correspondentes é constante.

Uma função de proporcionalidade inversa é uma função do tipo $y = \frac{k}{x}$ ou $f(x) = \frac{k}{x}$ com $x \neq 0$ e $k \neq 0$.

9. O António deslocou-se da cidade A até à cidade B a uma velocidade média de 40km/h e demorou 45 minutos.
   9.1. Quanto tempo demora a fazer o mesmo percurso, se a velocidade média for 60km/h?
   9.2. Houve um dia em que o António apanhou muito trânsito. Qual foi a velocidade média, sabendo que o António demorou 90 minutos?
   9.3. Que regularidade observas entre a velocidade média e o tempo que o António demora a ir da cidade A até á cidade B?


©Matemática na Natureza 2016 - http://bit.ly/1Ss1z2y
Matemática na Natureza

10. Um automóvel consome, em média, 10 litros de gasolina para percorrer 100km. Seja $x$ o volume, em litros, do combustível gasto e seja $f$ a função a que faz corresponder ao volume de combustível o número de quilómetros percorridos.
    10.1. Escreve uma expressão algébrica que traduza o número de quilómetros percorridos em função do volume de combustível gasto.
    10.2. Calcula $f(75)$.
    10.3. Determina o volume de combustível, em litros, necessário para percorrer 270km.

11. Uma camioneta transporta 20 caixas de maças com 40 maças cada caixa. Se retirarmos uma maça de cada caixa, quantas caixas transportará a camioneta?

12. Considera os triângulos $A$ e $B$ representados na figura seguinte.


    12.1. Justifique a afirmação "Os dois triângulos têm a mesma área: 3 unidades de área".
    12.2. Considere todos os triângulos de área 3 (unidades de área), com altura $h$ e base $b$. Escreva $b$ em função de $h$.
    12.3. Indique três possíveis valores para $b$ e os correspondentes valores de $h$.
    12.4. Desenhe o gráfico da função $h = \frac{6}{b}$.
    12.5. Interprete, à luz da figura, que relação existe entre as variáveis $b$ e $h$.

13. Uma doença atacou uma população de coelhos bravos. O decrescimento da população faz-se de acordo com a seguinte fórmula:

$$N = \frac{2500}{t}, 1 \leq t \leq 20,$$

onde $N$ representa o número de coelhos vivos e $t$ o número de dias após ser detetada a doença.

    13.1. Completa a seguinte tabela.

| $t$ | 2 | | 10 | 15 | |
|---|---|---|---|---|---|
| $N$ | | 500 | | | 125 |

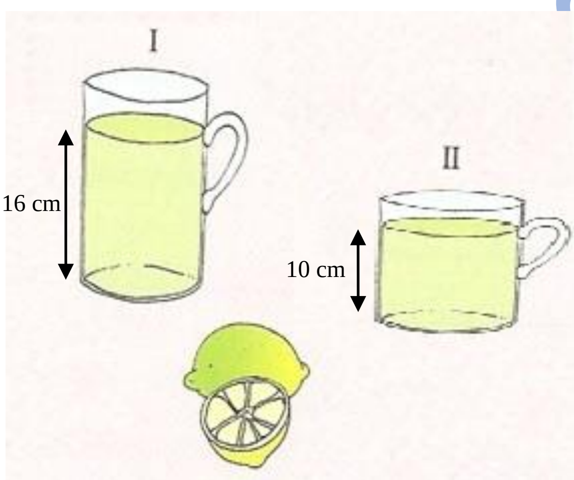
    13.2. Justifica que existe proporcionalidade inversa entre os valores de $t$ e de $N$. Qual é a constante de proporcionalidade inversa?
    13.3. Desenha o gráfico da função, recorrendo à tabela da primeira alínea.


©Matemática na Natureza 2016 - http://bit.ly/1Ss1z2y

14. A fórmula $T = \frac{180}{m}, 2 \leq m \leq 10$ permite calcular a temperatura , $T$, do café, em graus Celsius, $m$ minutos depois de acabado de fazer.
    14.1. Representa o gráfico de $T$ para $2 \leq m \leq 10$.
    14.2. A Ana gosta de tomar café abaixo dos 70ºC. Quantos minutos deve esperar para tomar café, depois deste acabar de ser feito?

15. Uma torneira, A, com um caudal de 40 litros por minuto, enche um depósito em duas horas e meia.
    15.1. Em quanto tempo encherá o tanque uma torneira, B, com um caudal de 60 litros por minuto?
    15.2. E quanto tempo é necessário para encher o tanque, se as torneiras A e B estiverem abertas ao mesmo tempo?

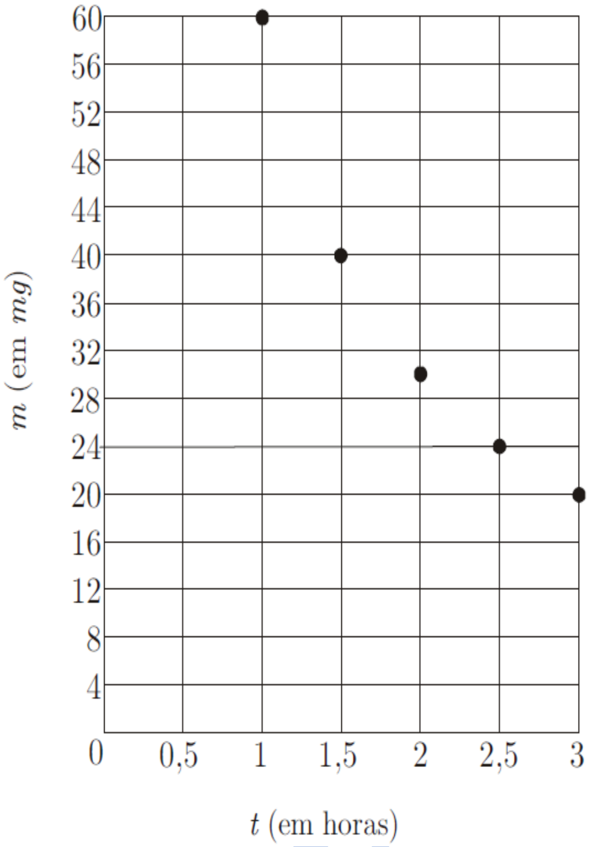
16. Cada um dos jarros representados na figura seguinte contém um litro de sumo de limão.




    16.1. Determina a área da base de cada jarro, em $cm^2$.
    16.2. Escreve uma expressão analítica que permita obter a área da base de cada jarro, $A_b$, em função da altura, $h$, do sumo nele contido.


©Matemática na Natureza 2016 - http://bit.ly/1Ss1z2y

17. Administrou-se um medicamento a um chimpanzé doente. Uma hora depois, mediu-se a massa, em miligramas, de medicamento existente no sangue do chimpanzé. Repetiu-se, de meia em meia hora, essa medição.
Cada um dos pontos representados no referencial abaixo corresponde a uma medição.




Observando esses pontos, podemos saber a massa, $m$, em miligramas, de medicamento existente no sangue do chimpanzé, em cada um dos instantes em que as medições foram feitas.
No referencial, $t$ designa o tempo, em horas, decorrido desde o instante em que se administrou o medicamento.

17.1. Qual é a massa, em miligramas, de medicamento no sangue do chimpanzé, uma hora e meia depois da sua administração?
17.2. Tal como os valores obtidos nas medições sugerem, para $1 \leq t \leq 3$, a massa de medicamento existente no sangue do chimpanzé e o tempo são grandezas inversamente proporcionais. Qual é, nestas condições, a constante de proporcionalidade?
17.3. Qual das seguintes expressões relaciona, para, as variáveis m e t?

a) $m = \frac{60}{t}$
b) $m = \frac{120}{t}$
c) $m = 60t$
d) $m = 120t$


©Matemática na Natureza 2016 - http://bit.ly/1Ss1z2y