INTRODUÇÃO À LÓGICA BIVALENTE E À TEORIA DOS CONJUNTOS

1. Proposições e valores lógicos. Operações sobre proposições.

Proposição: Uma proposição é toda a expressão p que pode ser verdadeira (V) ou falsa (F).

Valor lógico: Uma proposição verdadeira tem o valor lógico V ou 1. Uma proposição falsa ter o valor lógico F ou 0.

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Princípio da não contradição	$p \wedge \sim p \Leftrightarrow F$
Dupla negação	$\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$
Princípio do terceiro excluído	$p \vee \sim p \Leftrightarrow V$
Comutatividade	$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
Associatividade	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Distributividade	$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Elemento Neutro	$p \wedge V \Leftrightarrow p$ $p \vee F \Leftrightarrow p$
Elemento absorvente	$p \wedge F \Leftrightarrow F$ $p \vee V \Leftrightarrow V$

Propriedades das operações lógicas:

- $(p \Longrightarrow q) \Leftrightarrow \sim p \vee q$
- $\sim(p \Longrightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$
- $(p \Longrightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Longrightarrow \sim p)$
- $(p \Longrightarrow q) \wedge (q \Longrightarrow r) \Leftrightarrow (p \Longrightarrow r)$
- $(p \Longrightarrow q) \wedge (q \Longrightarrow p) \Leftrightarrow (p \Longrightarrow q)$

Leis de De Morgan

$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$

$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

Uma tautologia é uma proposição verdadeira independentemente dos valores lógicos das proposições que a constituem.
Uma contradição é uma proposição falsa independentemente dos valores lógicos das proposições que a constituem.

2. Condições e conjuntos.

Uma expressão designatória é uma expressão $p(x)$ que envolve uma variável, x, tal que esta pode ser substituída por um objeto, a, obtendo-se assim a proposição $p(a)$.

Quantificador universal

$\forall$

Quantificador existencial

$\exists$

Dada uma condição $p(x)$ e um conjunto U, $\forall x, p(x) \Leftrightarrow \forall x, x \in U \Rightarrow p(x)$.
Se a proposição $\forall x, x \in U, p(x)$ for verdadeira, então $p(x)$ é uma condição universal.

Dada uma condição $p(x)$ e um conjunto U, $\exists x \in U: p(x) \Leftrightarrow \exists x, x \in U \wedge p(x)$.
Se a proposição $\exists x \in U: p(x)$ for verdadeira, então $p(x)$ é uma condição possível.

Segundas Leis de De Morgan

$\sim[\forall x, p(x)] \Leftrightarrow \exists x: \sim p(x)$

$\sim[\exists x: p(x))] \Leftrightarrow \forall x, \sim p(x)$