# PROBABILIDADES

## 1. Características gerais

$\Omega = S$ – Conjunto de resultados; espaço de resultados ou espaço amostral

Regra de Laplace:

$$p(A) = \frac{\textit{número de casos favoráveis ao acontecimento } A}{\textit{número de casos possíveis}}$$

Sejam A, B e C três acontecimentos. Então:

- $A = S \Leftrightarrow p(A) = 1$
- $A = \emptyset \Leftrightarrow p(A) = 0$
- $0 \leq p(A) \leq 1$

- $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

- $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

Se A e B são incompatíveis, disjuntos ou mutuamente exclusivos então:
- $A \cap B = \emptyset$
- $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

Propriedade distributiva
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Leis de De Morgan
- $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
- $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

Probabilidade frequencista: o número à volta do qual de aproxima a frequência relativa de um acontecimento quando o número de repetições da experiência cresce consideravelmente é m valor aproximado da probabilidade do acontecimento.

## 2. Probabilidade Condicionada

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

Se os acontecimentos A e B forem independentes então:
- $p(A|B) = p(A)$ e
- $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

O recíproco também se verifica.

## 3. Análise combinatória

Importa a ordem dos elementos?

Sim → Os elementos podem repetir-se?

- Sim → Arranjos com repetição

  $^{n}A'_{p} = n^{p}$

- Não → Todos os elementos entram na sequência?

  - Sim → Permutações

    $P_n = n!$

  - Não → Arranjos sem repetição

    $$^{n}A_{p} = n \times (n-1) \ldots \times (n-p+1)$$
    $$= \frac{n!}{(n-p)!}$$

Não → Combinações

$$^{n}C_{p} = \frac{^{n}A_{p}}{p!} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

## 4. Triângulo de Pascal

| nº linha | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | 1 | | | | | |
| 2 | | | | | 1 | | 1 | | | | |
| 3 | | | | 1 | | 2 | | 1 | | | |
| 4 | | | 1 | | 3 | | 3 | | 1 | | |
| 5 | | 1 | | 4 | | 6 | | 4 | | 1 | |
| 6 | 1 | | 5 | | 10 | | 10 | | 5 | | 1 |

<u>Propriedades</u>:

- Em cada linha, o primeiro e o último elementos é 1
  $$^{n}C_{0} = {}^{n}C_{n} = 1$$
- Em cada linha, os termos equidistantes são iguais
  $$^{n}C_{p} = {}^{n}C_{n-p}$$
- A soma de dois números consecutivos de uma linha é igual ao número colocado abaixo na linha seguinte
  $$^{n}C_{p} = {}^{n}C_{p+1} = {}^{n+1}C_{p+1}$$
- A soma de todos os elementos de cada linha é dado por $2^{n}$

## 5. Binómio de Newton

$$(a+b)^n = {}^nC_0 a^n + {}^nC_1 a^{n-1}b + {}^nC_2 a^{n-2}b^2 + \cdots + {}^nC_{n-1} ab^{n-1} + {}^nC_n b^n$$

Os coeficientes do desenvolvimento são os números do Triângulo de Pascal.

Propriedades:

- O desenvolvimento $(a+b)^n$ tem $n+1$ termos
- A soma dos expoentes de $a$ e de $b$ em cada termo é igual a $n$
- O termo geral é dado por $T_{p+1} = {}^nC_p a^{n-p} b^p$